

A Volatilidade implícita contém informações sobre a volatilidade futura?

Evidências do mercado de opções de ações da Petrobras

José Valentim Machado Vicente [†]

IBMEC-RJ

Tiago de Sousa Guedes ^Ω

IBMEC-RJ

RESUMO: O objetivo deste estudo é determinar a relação entre a volatilidade implícita e a realizada. Para tal, nós analisamos os mercados de ações e de opções de compra de Petrobras no período de janeiro de 2006 até dezembro de 2008. Através da análise de regressões com dados mensais e sem sobreposição de opções *in-the-money*, *at-the-money* e *out-of-the-money*, observamos que a volatilidade implícita das opções *out-of-the-money* contém mais informações sobre a volatilidade futura do que a volatilidade histórica. Já as volatilidades implícitas *in-the-money* e *at-the-money* apresentaram fraco poder explanatório da volatilidade futura.

Palavras chave: Opções, volatilidade, eficiência de mercado.

Recebido em 09/07/2009; revisado em 11/03/2010; aceito em 08/04/2010

Correspondência autores*:

[†] Doutor em Economia Matemática pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA).

Professor das Faculdades Ibmecc.

Endereço: Av. Gastão Senges 55 ap. 803 Barra da Tijuca – Rio de Janeiro - RJ - Brasil. CEP: 22631-280.

E-mail: jvalent@terra.com.br Telefone: (21) 2572-0692.

^ΩMestre em Economia pelo IBMEC

Endereço: Rua Gomes Carneiro, no.80, 302, Ipanema Rio de Janeiro - RJ - Brasil22071-110.

E-mail: tguedes84@hotmail.com Telefone: (21) 9801-0654

Nota do Editor: *Esse artigo foi aceito por Antonio Lopo Martinez.*

1. INTRODUÇÃO

A volatilidade implícita congrega as expectativas dos participantes do mercado acrescidas de um prêmio de risco. Se esse prêmio for pequeno, ou ao menos constante no tempo, ela será um bom estimador *forward looking* da volatilidade realizada no futuro. Dado isso, alguns economistas acreditam que o uso da volatilidade implícita como previsora da volatilidade futura apresenta resultados mais promissores do que o oferecido por modelos baseados em dados históricos.

O objetivo deste trabalho é examinar se a volatilidade implícita possui algum conteúdo informacional sobre a volatilidade futura. Para tal, examinamos a relação entre a volatilidade implícita das opções de compra (*calls*) de Petrobras com a volatilidade realizada em um período subsequente.

Se a hipótese das expectativas racionais é verdadeira e os mercados são eficientes, então a volatilidade implícita das opções deve conter informações significantes sobre a volatilidade futura. Diversos estudos tentaram determinar qual o melhor estimador para a volatilidade futura. Diferentes resultados foram alcançados, com argumentos favoráveis tanto à utilização da volatilidade implícita, quanto para o uso da volatilidade histórica.

Day & Lewis (1992) e Lamoureux & Lastrapes (1993) concluem que a volatilidade implícita é um preditor viesado e ineficiente da volatilidade futura e que a volatilidade histórica contém mais informações sobre ela (volatilidade futura) do que a volatilidade implícita. Day & Lewis (1992) fizeram o estudo sobre o índice S&P 100, entre 1985-1989, com prazo de maturidade das opções de 36 dias úteis.

Já Lamoureux & Lastrapes (1993) focaram o estudo nas opções das dez ações mais líquidas do índice S&P 100, individualmente, entre 1982-1984, com prazo de 119 dias úteis. Canina & Figlewski (1993) também utilizaram dados sobre o índice S&P 100 anteriores a 1987. Eles observaram um resultado mais radical, indicando que a volatilidade implícita não possui nenhum poder preditivo em relação à volatilidade futura.

Christensen & Prabhala (CP) (1998) estudaram as opções de compra *at-the-money* (ATM) com maturidade de um mês sobre o índice S&P 100 usando dados entre

1983 e 1995. A conclusão aponta resultados contrários aos dos autores acima, evidenciando que a volatilidade implícita é um estimador de volatilidade futura melhor que a volatilidade histórica, sendo eficiente e menos viesado em relação a estudos anteriores no período pós *crash* da bolsa de Nova Iorque em 1987. A quebra da Bolsa de Nova Iorque em 1987 pode explicar porque a volatilidade implícita era um estimador mais viesado nos estudos anteriores, pois houve uma quebra estrutural no mercado acionário nessa data. CP apontaram também algumas falhas nos trabalhos de Day & Lewis (1992) e Lamoureux & Lastrapes (1993).

Dentre elas, incluem a utilização de amostras pequenas e sobrepostas de opções com prazos maiores que um mês. Também evidenciaram um problema de *maturity miss-match*, onde o poder de previsão da volatilidade implícita era testado um dia à frente por Lamoureux & Lastrapes (1993) e uma semana à frente no trabalho de Day & Lewis (1992). Em consonância com CP, Gwilym & Buckle (1999), cujo estudo foi baseado em dados de opções ATM sobre o principal índice de ações inglês, o UK FTSE 100, concluíram que a volatilidade implícita contém mais informações sobre a volatilidade futura do que a volatilidade histórica.

Na literatura nacional, temos o trabalho de Gabe & Portugal (2004) que usaram dados sobrepostos do mercado de opções de Telemar no período de 02/10/2000 a 15/10/2002. Eles encontraram que a volatilidade estimada através de modelos GARCH e EGARCH é um estimador eficiente, não viesado e melhor do que a volatilidade implícita. Por outro lado, Tabak & Chang (2006) mostram que a volatilidade implícita das opções cambiais é um melhor previsor da volatilidade futura que aquela obtida via modelos GARCH.

Neste estudo retomamos essa questão, tomando como base o mercado de opções de Petrobras. Como as opções da Petrobras não possuíam boa liquidez antes de 2006, o estudo analisa, além das opções ATM, as séries correspondentes à ITM (*in-the-money*) e à OTM (*out-of-the-money*), visando incrementar a base de dados. Adicionalmente, isso permite testar separadamente as informações contidas em opções ITM, ATM e OTM. Ao contrário dos outros estudos feitos no Brasil, o nosso objetivo não é determinar o melhor previsor da volatilidade futura, mas sim, avaliar o poder explicativo das volatilidades implícita e histórica em relação à volatilidade futuraⁱ.

Enquanto os trabalhos de Gabe & Portugal (2004) e Tabak & Chang (2006) comparam a volatilidade implícita com a prevista via modelos econométricos tradicionais, nós analisamos a relação entre a volatilidade implícita e a realizada no futuro. Portanto, enquanto um viés na volatilidade implícita representaria um ponto negativo para esses autores, na nossa abordagem interpretá-lo-íamos como um prêmio de risco.

No que tange às opções ITM, não encontramos relação entre a volatilidade implícita delas com a volatilidade futura, tanto no nível, quanto em log. Já a volatilidade implícita das opções ATM, apenas se mostrou significativa na equação em nível, mas sendo bem viesada. A volatilidade implícita das opções OTM mostrou possuir informações sobre a volatilidade realizada, tanto em nível, quanto em log, sendo eficiente, e menos viesada do que a volatilidade implícita das opções ATM.

No caso do log da volatilidade implícita das opções OTM, o resultado obtido foi parecido com os dos estudos de Christensen & Prabhala (1998) e Gwilym & Buckle (1999), indicando que a utilização de uma abordagem *forward looking* no Brasil pode ser empregada com sucesso.

O restante deste estudo está organizado da seguinte forma. Na Seção 2 apresentamos os conceitos de volatilidades implícita e realizada. Na Seção 3 discutimos a base de dados. A Seção 4 contém a exposição dos resultados empíricos. Na Seção 5 fazemos uma comparação dos nossos resultados com outros estudos. A Seção 6 conclui o estudo.

2. VOLATILIDADE IMPLÍCITA E REALIZADA

Volatilidade, em finanças, corresponde ao desvio-padrão de uma amostra de retornos de um ativo. Como é praticamente impossível conhecer hoje os preços exatos dos títulos mobiliários no futuro, busca-se, através de métodos estatísticos e regressões, estimar a volatilidade futura do respectivo ativo subjacente.

As estimativas da volatilidade possibilitam vislumbrar a expectativa dos movimentos futuros dos preços do seu ativo.

Uma forma alternativa aos métodos econométricos para se obter informações sobre a volatilidade de um ativo consiste em analisar o mercado de opções. O prêmio de uma opção é função direta da volatilidade do ativo. Como o prêmio é observável, podemos, a partir deste, extrair a volatilidade.

Para tal é necessário o uso de algum modelo de apreçamento. O mais famoso deles é sem dúvida o modelo de Black & Scholes (BS) (1973). O modelo de apreçamento de opções de BS consiste em equações que visam obter o preço justo das opções via argumentos de não-arbitragem. O prêmio em t para uma opção europeia vencendo em T , é calculado de acordo com a seguinte expressão:

$$c_t = S_t N(d_1) - Ke^{-r_f \tau} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r_f + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau},$$

Onde c_t é valor teórico de uma opção de compra, S_t é preço do ativo-objeto, K é preço de exercício da opção, $\tau = T - t$ é o tempo até o vencimento, σ é a volatilidade, r_f é a taxa livre de risco e N é a função cumulativa normal padrãoⁱⁱ. A volatilidade implícita (VI) em t é simplesmente o valor da constante σ que faz o preço teórico da *call* igual ao preço de mercado.

Embora as *calls* negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa) sejam americanas (podem ser exercidas a qualquer momento entre a abertura da posição e o vencimento), elas são protegidas contra proventos (os valores recebidos como proventos são descontados dos preços de exercício das opções). Portanto não há vantagens no exercício antecipado.

Assim, elas se caracterizam como opções europeias (veja Hull, 1997)ⁱⁱⁱ. Entretanto, embora o modelo de apreçamento tenha uma forma analítica, não temos uma solução fechada expressando a volatilidade em função do preço do ativo. Para solucionar este problema, foi utilizado o método numérico de Newton.

Já a volatilidade realizada (VR) entre as datas t e T é definida como:

$$VR = \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^n (r_{t+i} - \bar{r}_T)^2}$$

Onde n é o número de dias entre t e T , r_{t+i} é o retorno diário no dia $t + i$ e \bar{r}_T é a média dos retornos diários entre t e T .

A volatilidade histórica é definida de forma análoga a equação anterior, apenas considerando um período anterior a t (no exercício empírico apresentado na Seção 4, esse período, assim como o prazo das opções, é de um mês).

3. BASE DE DADOS

A análise empírica desse estudo é baseada em dados sobre as ações preferenciais da Petrobras (PETR4) e de suas opções de compra. O período observado se estende de janeiro de 2006 até dezembro de 2008 e os dados foram retirados do site da Bovespa.

Como em 28/04/2008 as ações da Petrobras sofreram um *split* (o valor de suas ações foram divididos por dois e duplicada a quantidade das mesmas), todos os preços e *strikes* (preços de exercício) antes desta data foram divididos por dois.

A utilização dos ativos da Petrobras se deve à sua elevada liquidez e alta participação (em torno de 14%) no principal índice de ações brasileiro (Ibovespa), servindo assim, como uma *proxy* para o mesmo.

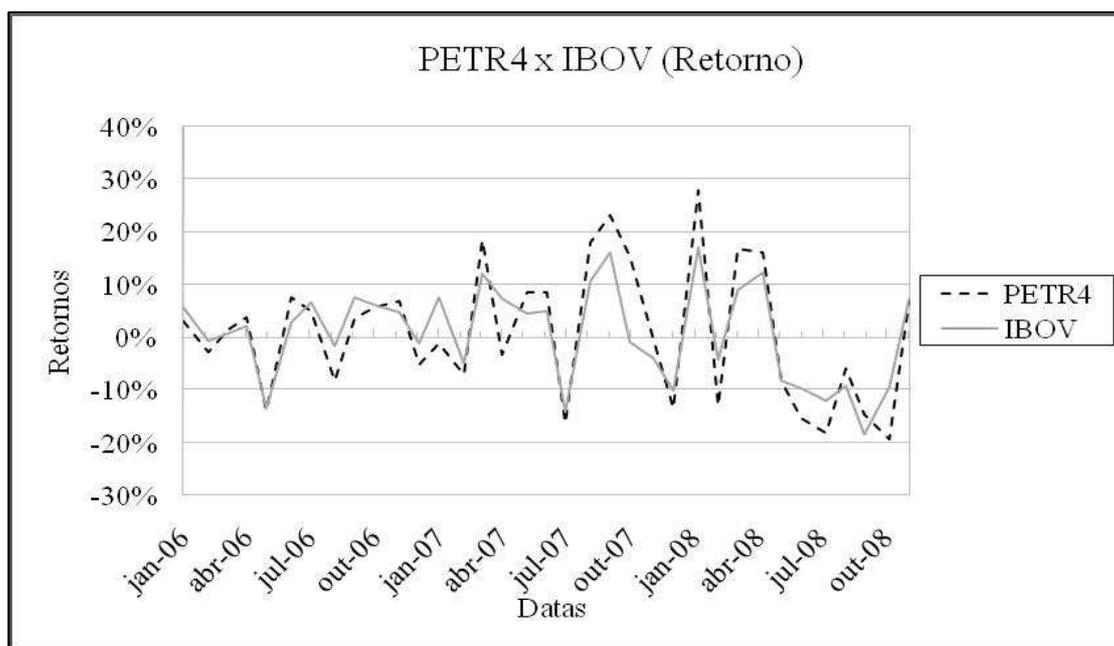


GRÁFICO 1- RETORNOS DE PETROBRAS E DO IBOVESPA.

Nota: Comparação dos retornos da Petrobras e do Ibovespa entre janeiro/2006 e dezembro/2008.

Fonte: Elaborado pelos autores

O Gráfico 1 apresenta os retornos mensais da Petrobras e do Ibovespa (IBOV) entre janeiro/2006 e dezembro/2008. Note a elevada volatilidade tanto do retorno de Petrobras como do retorno do Ibovespa no período.

Em outubro de 2008 a economia norte-americana observou o ápice da crise do *subprime* (títulos imobiliários de alto risco), levando bancos à falência e provocando escassez no crédito.

Com isso, a economia global se viu debilitada, causando uma forte saída de capital dos países emergentes, influenciando negativamente o desempenho dos principais índices de ações e aumentando o risco dos investimentos, principalmente em renda variável.

No Brasil, somente há liquidez no mercado de opções de compra, que expiram mensalmente na terceira segunda-feira de cada mês.

Vale acentuar que o mercado era dominado pelos ativos da Telemar até meados de 2006, período a partir do qual as ações em poder do público correspondentes à participação acionária no capital da Petrobras passaram a ser as mais negociadas e com maior peso no Ibovespa. Com isso, o mercado de opções de compra de ações da Petrobras tornou-se o maior do Brasil.

A base de dados foi dividida em 35 sub-períodos (dados mensais entre Janeiro/2006 e Dezembro/2008), cada um começando no vencimento da série anterior e terminando no último dia útil antes do vencimento da série seguinte, sem sobreposição. Ou seja, as opções possuem prazo de cerca de um mês ou 21 dias úteis.

Foram utilizados os preços de fechamento. Visando ampliar o escopo do trabalho, além de opções ATM, estudaram-se também as OTM e ITM.

Em cada sub-período, calculamos também a volatilidade realizada. As opções podem ser classificadas conforme sua proximidade do dinheiro (*moneyness*) em três tipos: *in-the-money* (ITM), *at-the-money* (ATM) e *out-of-the-money* (OTM). Não existe um conceito fixo para definir em qual das três modalidades uma opção se encaixa.

Neste estudo, a opção ATM foi definida como aquela cujo preço de exercício está mais próximo do preço do ativo subjacente.

As opções ITM e OTM foram definidas como sendo a primeira não ímpar logo abaixo da ATM e a primeira não ímpar acima da ATM, respectivamente. Por exemplo, no dia 02/01/2007 a ação de Petrobras fechou cotada em R\$ 46,74.

A opção com preço de exercício mais próximo de R\$ 46,74 é a série PETRA48, cujo preço de exercício é igual a R\$ 46,77. Esta opção foi considerada como ATM. A primeira opção com preço de exercício não ímpar abaixo de R\$ 46,77 é a de preço de exercício igual a R\$ 44,77 (série PETRA46), sendo definida como ITM.

A primeira opção com preço de exercício não ímpar acima de R\$ 46,77 é a de preço de exercício igual a R\$ 48,19 (série PETRA50), sendo definida como OTM^{iv}. Em cada sub-período foi calculado a volatilidade histórica de Petrobras e a volatilidade implícita das opções ITM, ATM e OTM no primeiro dia de cada sub-período.

A volatilidade realizada (VR) foi calculada como o desvio-padrão dos retornos diários do ativo ao longo dos períodos correspondentes a vida das opções. O Gráfico 2 apresenta a evolução das volatilidades implícitas e da volatilidade realizada no período estudado.

Tanto as volatilidades implícitas quanto as realizadas são expressas em termos anuais. Observe que o único período em que a volatilidade realizada é maior que a implícita é após o mês de julho de 2008, quando começaram os rumores sobre a crise financeira nos EUA, acarretando um aumento do nervosismo nos mercados mundiais.

Esse fato apresenta evidências de que o mercado de opções não foi capaz de antecipar a crise. Segundo Hull (1997), a partir de 1987 (após o *crash* da bolsa de Nova York), o gráfico das volatilidades implícitas de uma série de opções de ações tendem a formar uma *volatility skew*.

Isto é, quanto maior o preço de exercício de uma opção, menor tende a ser sua volatilidade implícita. Um dos motivos para esse fenômeno seria a alavancagem.

Quando os preços das ações de uma empresa declinam, sua alavancagem aumenta, ocorrendo o inverso quando os preços sobem. Assim, o risco aumenta conforme o preço das ações diminui, por isso as opções ITM tendem a possuir uma maior volatilidade implícita que as ATM e OTM.

Note que as volatilidades implícitas das opções se comportaram com *volatility skew* até abril de 2008, quando o Brasil recebeu o título de grau de investimento pela agência de *rating* Standard & Poor's.

Após esse período, as opções passaram a ter uma volatilidade implícita muito parecida. Esse fato pode ser explicado pela diminuição da percepção de risco nos investimentos em renda variável no Brasil.

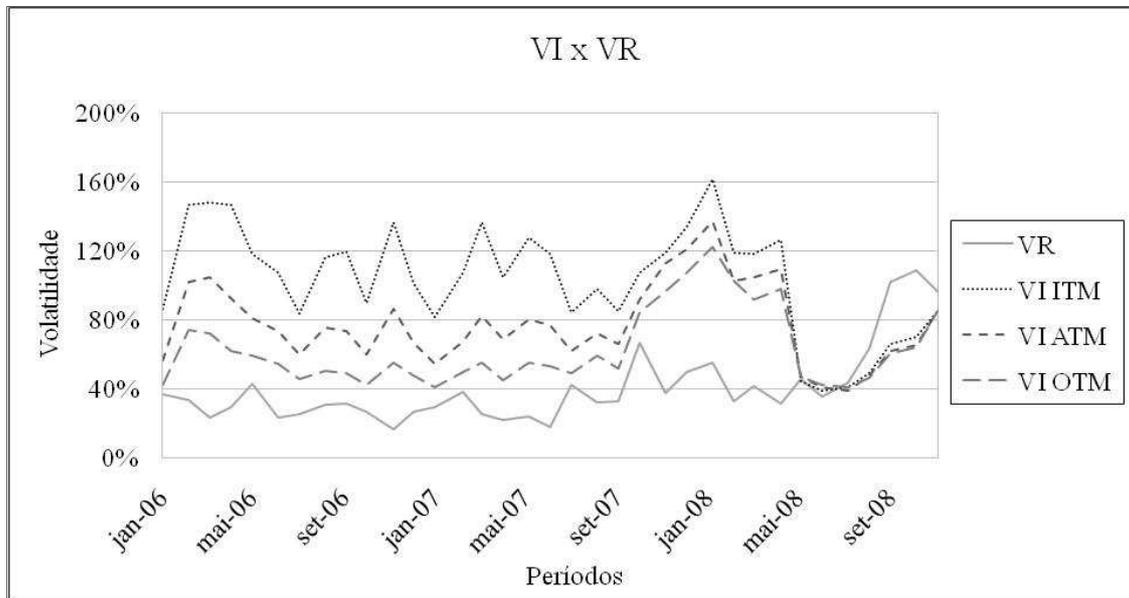


GRÁFICO 2 – COMPARAÇÃO DAS SÉRIES DE VOLATILIDADE.

Nota: Este gráfico compara as séries de volatilidade durante os 35 sub-períodos aos quais a amostra foi dividida. Abreviações: VR: volatilidade realizada; VI: volatilidade implícita; ITM: *in-the-money*; ATM: *at-the-money*; OTM: *out-of-the-money*.

Fonte: Elaborado pelos autores

A Tabela 1 contém as estatísticas descritivas das séries de volatilidade. Observamos que as médias das séries da volatilidade implícita são maiores que as da realizada, tanto em nível, quanto em log (indicadas pela letra L). Além disso, a diferença entre as séries em nível (volatilidade implícita menos volatilidade realizada) é menor do que a das séries em log.

Os valores máximos e mínimos da série das opções ITM são muito maiores que das outras, merecendo destaque o valor mínimo da VI ITM que é mais de quatro vezes o mínimo da VR.

Note também que o desvio-padrão das séries em nível é maior nas séries de volatilidade implícita, enquanto nas séries em log as volatilidades realizadas apresentam um maior desvio-padrão.

As séries evidenciam problemas de assimetria e curtose. Todas apresentaram assimetria positiva, exceto a LVI ITM, que é negativa, indicando que possuem uma longa cauda à direita, caso oposto ao da série LVI ITM.

No que tange à curtose, as séries VI ATM, VI OTM, VR e LVI OTM são leptocúrticas (alongadas em relação à distribuição normal).

As outras séries apresentaram características platicúrticas (achatadas em relação a distribuição normal), sendo menos afetadas por grandes oscilações. Observa-se também que os valores das estatísticas de assimetria e curtose são parecidos nas séries VI ATM, VI OTM e VR e bem diferentes nas séries VI ITM. Mais a frente, iremos observar que este fato está em consonância com o maior poder explicativo encontrado nas opções OTM. Todas as séries de volatilidade são estacionárias, segundo resultados do teste aumentado de Dickey & Fuller (1979), a um nível de significância de 1%.

Tabela 1 – Estatísticas descritivas das séries de volatilidade.

Estatísticas	VI ITM	VI ATM	VI OTM	VR	LVI ITM	LVI ATM	LVI OTM	LVR
Média	1,1412	0,8035	0,6054	0,3251	0,1122	-0,2485	-0,5488	-1,1792
Mediana	1,1583	0,7470	0,5435	0,3042	0,1469	-0,2917	-0,6097	-1,1899
Máximo	1,6120	1,3681	1,2230	1,0844	0,4775	0,3135	0,2013	-0,4094
Mínimo	0,8090	0,5366	0,4032	0,1620	-0,2120	-0,6225	-0,9084	-1,8204
DP	0,2316	0,2100	0,2116	0,1167	0,2044	0,2434	0,2965	0,3345
Assimetria	0,2346	1,0516	1,6220	1,1874	-0,0505	0,5728	1,1302	0,3169
Curtose	2,0580	3,5236	4,7752	4,2834	1,9218	2,6419	3,4345	2,8904

Nota: Esta tabela apresenta as principais estatísticas descritivas das séries de volatilidade. Abreviações: VI: volatilidade implícita; ITM: *in-the-money*; ATM: *at-the-money*; OTM: *out-the-money*; VR: volatilidade realizada; LVI: log da volatilidade implícita; LVR: log da volatilidade realizada; DP: desvio-padrão.

Fonte: Elaborado pelos autores

Para analisar as propriedades dinâmicas das séries de opções, nós estimamos modelos ARIMA (p,d,q) da seguinte forma:

$$\Phi(B)(\Delta^d x_t - \mu) = \Theta(B)\varepsilon_t$$

Onde x_t representa uma série de log das volatilidades (LVR, LVI ITM, LVI ATM e LVI OTM). O parâmetro μ é a média, ε_t é um ruído branco, Φ e Θ são polinômios de ordem p e q em B , o operador defasagem, definido por $Bx_t = x_{t-1}$, e $\Delta = 1 - B$ é operador primeira diferença. A Tabela 2 apresenta os resultados dos ajustes do modelo ARIMA. Observe que as séries não integradas se ajustam melhor as volatilidades do que as séries integradas. Com exceção da série LVR, os coeficientes do modelo ARIMA (1,1,1) são todos insignificantes a 5%. Analisando a estatística de Box e Pierce (1970) com 12 defasagens (Q_{12}) e os critérios de informação de Akaike (AIC) e

Bayesiano (BIC)^v podemos concluir que as séries de volatilidade implícita são melhor ajustadas por um processo AR(2), enquanto que a volatilidade realizada é melhor ajustada por um processo ARMA(1,1).

Tabela 2 – ARIMA (p,d,q) para a volatilidade.

Modelo	μ	ϕ_1	ϕ_2	θ_1	Q_{12}	AIC	BIC
LVI ITM							
ARMA(1,1)	-0,01	0,56		0,23	6,47	0,35	0,48
AR(1)	-0,01	0,69			6,26	0,30	0,39
AR(2)	-0,02	0,75	-0,07		8,59	0,28	0,42
ARIMA(1,1,1)	-0,02	0,09		-0,23	11,21	0,44	0,57
LVI ATM							
ARMA(1,1)	-0,22	0,22		0,70	11,56	-0,04	0,10
AR(1)	-0,10	0,64			10,22	0,00	0,09
AR(2)	-0,11	0,80	-0,17		11,31	-0,08	0,05
ARIMA(1,1,1)	-0,01	0,04		-0,06	9,99	0,13	0,27
LVI OTM							
ARMA(1,1)	-0,19	0,59		0,25	12,47	-0,11	0,03
AR(1)	-0,13	0,72			12,13	-0,14	-0,05
AR(2)	-0,12	0,83	-0,08		15,86	-0,20	-0,07
ARIMA(1,1,1)	0,00	-0,05		0,02	17,73	-0,08	0,05
LVR							
ARMA(1,1)	0,17	1,12		-1,00	14,72	0,60	0,73
AR(1)	-0,27	0,72			13,87	0,79	0,88
AR(2)	-0,11	0,56	0,29		7,65	0,82	0,95
ARIMA(1,1,1)	0,02	0,45		-0,97	12,29	0,67	0,81

Nota: Esta tabela apresenta os resultados dos ajustes pelo modelo ARIMA para as séries de logs das volatilidades (LVR, LVI ITM, LVI ATM e LVI OTM). Valores em negrito indicam que os parâmetros são significantes no nível de 95%. As colunas AIC e BIC representam os critérios de informação de Akaike e Bayesiano, enquanto que Q_{12} é a estatística de Box e Pierce (1970). Abreviações: ITM: *in-the-money*; ATM: *at-the-money*; OTM: *out-the-money*; LVI: log da volatilidade implícita; LVR: log da volatilidade realizada.

Fonte: Elaborado pelos autores

4. RESULTADOS EMPÍRICOS

Nesta seção iremos verificar, primeiramente, se a volatilidade implícita possui informação sobre a volatilidade futura. Em seguida, iremos testar se variáveis defasadas, tanto da VH, quanto da VI tem algum poder explanatório em relação à VR. Vale ressaltar que outras variáveis podem influenciar a VR. No entanto, o escopo do trabalho é verificar se há correlação entre VI e VR. A informação contida na volatilidade implícita em relação à realizada é, na literatura, tipicamente expressa pela seguinte equação:

$$VR_t = \alpha + \beta VI_t + \varepsilon_t, \quad (1)$$

Onde VR é a volatilidade realizada e VI a volatilidade implícita.

A partir desta equação, podemos tirar algumas conclusões. Primeiramente, se a volatilidade implícita tem algum poder preditivo sobre a realizada, então β tem que ser estatisticamente diferente de zero. Em segundo lugar, se a volatilidade implícita é um estimador não viesado da realizada, então, deve valer: $\alpha = 0$ e $\beta = 1$. Por fim, se a volatilidade implícita é eficiente, então os resíduos devem ser ruídos brancos e não correlacionados com qualquer variável da equação. A Tabela 3 apresenta os resultados da Equação 1. Observa-se que a volatilidade implícita das opções ITM, tanto no nível, quanto em log, não são relevantes para explicar a volatilidade realizada. Os p-valores dos coeficientes da VI são muito altos (0,7650 em nível e 0,9728 em log), rejeitando a hipótese nula de que são estatisticamente diferentes de zero.

Tabela 3 – Resultados da Equação 1.

	Variável	Coefficiente	Erro padrão	p-valor	R ² ajustado	DW
Nível ITM	C	0,2889	0,1220	0,0267	-0,0393	1,2990
	VI_ITM	0,0317	0,1048	0,7650		
Nível ATM	C	0,1338	0,0868	0,1370	0,1479	1,8065
	VI_ATM	0,2380	0,1047	0,0327		
Nível OTM	C	0,1156	0,0573	0,0554	0,3674	2,1264
	VI_OTM	0,3460	0,0895	0,0008		
Log ITM	C	-1,1779	0,0783	0,0000	-0,0344	1,2515
	LVI_ITM	-0,0118	0,3412	0,9728		
Log ATM	C	-1,0690	0,0934	0,0000	0,0651	1,6440
	LVI_ATM	0,4434	0,2713	0,1157		
Log OTM	C	-0,8433	0,1227	0,0000	0,2637	1,9768
	LVI_OTM	0,6121	0,1976	0,0051		

Nota: Esta tabela mostra os resultados da Equação 1. Em negrito estão os coeficientes estatisticamente significativos. Abreviações: VI: volatilidade implícita; ITM: *in-the-money*; ATM: *at-the-money*; OTM: *out-the-money*; VR: volatilidade realizada; LVI: log da volatilidade implícita; DW: Durbin-Watson.

Fonte: Elaborado pelos autores

Quanto a VI das opções ATM, na regressão em nível, observamos que o intercepto é estatisticamente zero e o β é de 0,2380, sendo significativo a um nível de significância de 5%. Esse β mostra que, na média, a volatilidade implícita tende a ser quase quatro vezes maior que a realizada no período observado. Logo, a volatilidade implícita das opções ATM contém informações sobre a volatilidade futura, embora seja bastante viesada (β bem menor que 1).

Essa grande diferença entre a volatilidade implícita e a realizada, pode ser explicada pelo alto prêmio de risco exigido pelos investidores, mostrando que em ambientes arriscados as opções tendem a possuir alto valor extrínseco^{vi}.

Com a equação na forma log, o coeficiente da volatilidade implícita das opções ATM passa a não possuir significância estatística (p-valor de 0,1157). Isto é, segundo a equação, não podemos garantir que variações na volatilidade implícita das opções ATM possam poder explicativo sobre a volatilidade realizada. Utilizando a regressão em nível com opções OTM, notamos um β de 0,3460, sendo estatisticamente significativo e indicando que a volatilidade implícita representa, na média do período observado, cerca de um terço da realizada. Vale ressaltar que a constante, α , é estatisticamente nula. Já as regressões OTM em log, denotam que uma variação de um ponto percentual na volatilidade implícita, provoca, na média, um aumento de 0,6121% na volatilidade realizada. Além disso, o intercepto é estatisticamente significativo e negativo, mostrando um possível viés na estimação.

Em suma, podemos observar que a VI, tanto das opções ATM, quanto das OTM, contém informações sobre a volatilidade futura. No entanto, os estimadores são viesados, pois em nenhuma situação temos $\alpha = 0$ e $\beta = 1$. Essas conclusões são confirmadas quando a análise é feita via coeficiente R^2 ajustado. O R^2 ajustado denota a relação entre a variação explicada pela equação de regressão múltipla e a variação total da variável dependente levando em conta o número de variáveis.

Observa-se que ele é maior para as OTM e menor para as ITM, tanto em nível quanto em log. Os estimadores gerados pelas VI's das opções OTM e ATM (este somente em nível) são eficientes, dado que suas estatísticas Durbin-Watson não são estatisticamente diferente de dois^{vii}. Para comparar quem tem maior poder explicativo sobre a volatilidade futura, entre volatilidade implícita e volatilidade histórica, primeiramente estimamos a seguinte regressão:

$$VR_t = \alpha + \beta VR_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

Tabela 4 – Resultados da Equação 2.

	Variável	Coeficiente	Erro padrão	p-valor	R ² ajustado	DW
Nível VR(-1)	C	-0,7669	0,2668	0,0088	0,1070	2,0059
	VR(-1)	0,3485	0,2147	0,1187		
Log VR(-1)	C	0,2155	0,0733	0,0076	0,0989	2,0337
	LVR(-1)	0,3419	0,2199	0,1343		

Nota: Esta tabela mostra os resultados da Equação 2. Em negrito estão os coeficientes estatisticamente significativos. Abreviações: VR (-1): lag da volatilidade realizada; LVR(-1): log do lag da volatilidade realizada DW: Durbin-Watson.

Fonte: Elaborado pelos autores

A Tabela 4 mostra os resultados da Equação 2. Nela observamos que a volatilidade passada parece não possuir informações sobre a volatilidade futura. Os

coeficientes das variáveis VR(-1) e LVR(-1), a um nível de 5%, são estatisticamente não significantes, indicando que a volatilidade passada não ajuda a prever a volatilidade futura. Esse resultado se mostra plausível. Mesmo a volatilidade de hoje sendo fortemente influenciada pela de ontem, num mercado de alta variabilidade como o brasileiro, as volatilidades mensais não se mostraram boas previsoras de volatilidade futura. Acrescentando as séries de VI na Equação 2, temos:

$$VR_t = \alpha + \beta_1 VI_t + \beta_2 VR_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

Na Tabela 5, que contém os resultados para a Equação 3, observa-se que em nenhuma das equações a volatilidade passada possui algum tipo de informação sobre a volatilidade futura, pois seu coeficiente é estatisticamente nulo em todas.

Tabela 5 – Resultados da Equação 3.

	Variável	Coefficiente	Erro padrão	P-valor	R ² ajustado	DW
Nível ITM	C	0,2227	0,1312	0,1043	0,0991	2,0374
	VI_ITM	-0,0076	0,1133	0,9471		
	VR(-1)	0,3468	0,2366	0,1576		
Nível ATM	C	0,1064	0,0939	0,2696	0,2134	1,9274
	VI_ATM	0,2446	0,1400	0,0951		
	VR(-1)	0,0569	0,2661	0,8328		
Nível OTM	C	0,1240	0,0634	0,0640	0,4543	1,7908
	VI_OTM	0,4488	0,1214	0,0013		
	VR(-1)	-0,2402	0,2355	0,3193		
Log ITM	C	-0,7036	0,3056	0,0317	0,1156	2,0261
	LVI_ITM	-0,1672	0,3690	0,6550		
	LVR(-1)	0,3840	0,2322	0,1131		
Log ATM	C	-0,8791	0,2844	0,0055	0,1557	1,9844
	LVI_ATM	0,3876	0,3520	0,2833		
	LVR(-1)	0,1797	0,2629	0,5017		
Log OTM	C	-0,9023	0,2383	0,0011	0,3481	1,9400
	LVI_OTM	0,7418	0,2661	0,0110		
	LVR(-1)	-0,0938	0,2458	0,7065		

Nota: Esta tabela mostra os resultados da Equação 3. Em negrito estão os coeficientes estatisticamente significativos. Abreviações: VI: volatilidade implícita; ITM: *in-the-money*; ATM: *at-the-money*; OTM: *out-the-money*; VR: volatilidade realizada; LVI: log da volatilidade implícita VR(-1): lag da volatilidade realizada; LVR(-1): log do lag da volatilidade realizada; DW: Durbin-Watson.

Fonte: Elaborado pelos autores

Por fim, convém verificar se *lags* (variáveis defasadas) da VI ajudam a explicar a volatilidade futura. Para tal foi estimada a seguinte regressão:

$$VR_t = \alpha + \beta VI_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4)$$

Na Tabela 6 estão expostos os resultados da Equação 4, onde vemos que o *lag* só contém poder explicativo sobre a volatilidade realizada quando utilizamos a série de VI

das opções OTM em nível. Nos outros casos, a um nível de significância de 5%, os coeficientes são estatisticamente nulos.

Tabela 6 – Resultados da Equação 4.

	Variável	Coefficiente	Erro padrão	P-valor	R ² ajustado	DW
Nível ITM	C	0,3984	0,1340	0,0070	0,0144	1,2654
	VI_ITM(-1)	-0,0668	0,1174	0,5753		
Nível ATM	C	0,1821	0,1098	0,1113	0,0733	1,5753
	VI_ATM(-1)	0,1812	0,1374	0,2006		
Nível OTM	C	0,1472	0,0801	0,0797	0,1926	2,0419
	VI_OTM(-1)	0,3041	0,1327	0,0319		
Log ITM	C	-1,1642	0,0790	0,0000	0,0168	1,2713
	LVI_ITM(-1)	-0,2275	0,3707	0,5457		
Log ATM	C	-1,0929	0,1121	0,0000	0,0485	1,4845
	LVI_ATM(-1)	0,3434	0,3242	0,3010		
Log OTM	C	-0,8796	0,1631	0,0000	0,1603	1,9268
	LVI_OTM(-1)	0,5287	0,2579	0,0525		

Nota: Esta tabela mostra os resultados da Equação 4. Em negrito estão os coeficientes estatisticamente significativos. Abreviações: VI: volatilidade implícita; ITM: *in-the-money*; ATM: *at-the-money*; OTM: *out-the-money*; VR: volatilidade realizada; (-1): lag; LVI: log da volatilidade implícita VR(-1): lag da volatilidade realizada; LVR(-1): log do lag da volatilidade realizada; DW: Durbin-Watson.

Fonte: Elaborado pelos autores

5. COMPARAÇÃO COM TRABALHOS ANTERIORES

Os trabalhos anteriores possuem opiniões distintas sobre o conteúdo informacional da volatilidade implícita em relação a volatilidade futura. Day & Lewis (1992), que utilizaram opções sobre o índice S&P 100, e Lamoureux & Lastrapes (1993) que trabalharam com as 10 ações mais líquidas do índice de ações S&P 100, chegaram a resultados diferentes dos encontrados nesse estudo. Eles constataram que a volatilidade histórica é melhor predictor da volatilidade futura do que a VI, a qual demonstrou ser muito viesada e ineficiente.

Canina & Figlewski (1993), utilizando como de opções sobre o índice S&P 100 antes de 1987, também chegaram a um resultado oposto ao encontrado neste trabalho: apenas a volatilidade histórica possui informações sobre a volatilidade futura. No caso brasileiro, a volatilidade histórica parece não ter nenhum poder preditivo sobre a volatilidade futura quando se lida com dados mensais não sobrepostos.

Mais recentemente, Christensen & Prabhala (1998) refizeram o estudo com opções sobre índice S&P 100, utilizando opções ATM com vencimentos mensais, sem sobreposição dos dados e com uma base maior (139 observações). Os resultados apurados no período pós-*crash* da bolsa de Nova York foram muito parecidos com os

encontrados na Equação 1 em relação ao estimador da VI das opções OTM. No nosso caso, a VI se mostrou um melhor previsor da volatilidade futura do que a volatilidade histórica sendo, no entanto, mais viesada do que no estudo de CP. Outros pontos distintos foram observados em relação à volatilidade histórica e ao intercepto.

A volatilidade histórica mostrou possuir poder preditivo no estudo de CP, enquanto o intercepto era estatisticamente não significativo, culminando em resultados opostos ao deste trabalho. Nós também reiteramos as conclusões do estudo de Gwilym & Buckle (1999), que assegura que a volatilidade implícita contém mais informações sobre a volatilidade realizada do que a volatilidade histórica quando se utiliza opções de compra com um mês de maturidade. A grande diferença entre nosso estudo e os dois citados acima é que as séries de VI das opções que se mostraram com maior poder preditivo foram as OTM e não as ATM, como nos trabalhos anteriores.

No Brasil, o estudo de Gabe & Portugal (2004) conclui que a volatilidade estimada através de diferentes modelos estatísticos da família GARCH produz uma melhor previsão da volatilidade futura do que a implícita. Note, entretanto, que modelos GARCH especificam uma relação regressiva diferente daquelas aqui estudadas.

Para que a comparação entre VI e VH seja mais equilibrada é necessário que análise do conteúdo informacional da volatilidade seja feita através de modelos idênticos. Porém, os modelos GARCH, levam em conta não só a volatilidade passada, mas também outras informações como os retornos passados. Mais ainda, a base de dados de Gabe & Portugal (2004) é menor que a nossa e contém dados sobrepostos. Os trabalhos possuem focos diferentes. Enquanto Gabe & Portugal (2004), se concentram em previsão (portanto, pouco importa um equilíbrio na comparação entre modelos), nós nos concentramos na análise do conteúdo informacional.

6. CONCLUSÃO

Neste estudo comparamos o poder explicativo da volatilidade implícita e histórica em relação à volatilidade futura usando dados do mercado de opções de Petrobras. A conclusão do estudo indica que o uso da volatilidade implícita das opções OTM mostrou possuir maior correlação com a volatilidade futura do que a volatilidade histórica.

O fraco poder explanatório das opções ATM e ITM revela que ou o prêmio de risco de volatilidade dessas opções é alto ou o mercado apresenta ineficiências. Não

foram encontradas evidências, no período estudado (janeiro 2006 – dezembro 2008), de que a volatilidade histórica possua qualquer correlação com a volatilidade futura em termos mensais. Portanto, o emprego de uma abordagem *forward looking*, como é o caso das volatilidades implícitas das opções, parece ser uma alternativa a utilização de dados passados.

REFERÊNCIAS

BLACK, F.; SCHOLES, M. The Pricing of options and corporate liabilities. **Journal of Political Economy**, 1973.

BOX, G. P.; PIERCE, D. A. Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models. **Journal of the American Statistical Association**, 65, p. 1509 – 1526, 1970.

CANINA, L.; FIGLEWSKI, S. The Informational content of implied volatility. **Review of Financial Studies**, v. 6, p. 659-681, 1993.

CHRISTENSEN, B. J.; PRABHALA, N. R. The Relation between implied and realized volatility. **Journal of Financial Economics**, v. 50, p. 125-150, 1998.

DAY, T.; LEWIS, C. Stock market volatility and the information content of stock index options. **Journal of Econometrics**, 52, 1992

DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. **Journal of the American Statistical Association**, 74, p. 427–431.

FRENCH, K.; SCHWERT, G.W.; STAMBAUGH, R. Expected stock returns and volatility. **Journal of Financial Economics**, 19, p. 3 - 30, 1987.

GABE, J.; PORTUGAL, M. S. Volatilidade implícita versus volatilidade estatística: um exercício utilizando opções e ações da Telemar S.A. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 2, n. 1, p. 47-73, 2004.

GWILYM, O.A.; BUCKLE, M. Volatility forecasting in the framework of the option expiry circle. **The European Journal of Finance**, 5, 73–94, 1999.

HULL, John C. **Options, futures and other derivatives**. Upper Saddle River: Prentice-Hall Inc., 1997.

LAMOUREUX, C. G.; LASTRAPES, W. Forecasting stock return variance: towards understanding stochastic implied volatility. **Review of Financial Studies**, 6. 1993.

TABAK, B. M; CHANG, E. J. Are implied volatilities more informative? The Brazilian real exchange rate case. **Applied Financial Economics**, 17, 569-576, 2006.

ⁱ Desta forma, os cuidados apontados por CP (não sobreposição amostral, opções com maturidade fixa) foram observados.

ⁱⁱ Neste estudo, tomamos como taxa sem risco a taxa CDI expressa em ano-base 252 dias úteis.

ⁱⁱⁱ As opções sobre o índice S&P 100 usadas no estudo de CP são também americanas, porém não são protegidas para dividendos. Isso introduz um viés no cálculo da volatilidade implícita via o modelo de BS que não ocorre no caso das opções de Petrobras. Portanto, correções nos erros nas variáveis das regressões apresentadas na Seção 4 no artigo de CP não são necessárias neste trabalho.

^{iv} Outros critérios mais usuais de *moneyness*, tais como aquele definido pelo Delta da opção, exigiriam a construção de uma superfície de volatilidade para seleção das opções ITM, ATM e OTM. Devido a pouca quantidade de séries de opções disponíveis, o erro de interpolação na superfície de volatilidade poderia comprometer os resultados.

^v Os critérios de informação são definidos como: $AIC = -2(l/T) + 2(k/T)$ e $BIC = -2(l/T) + k \log(T)/T$, onde l é o valor da função de verossimilhança, k é o número de parâmetros e T é o tamanho da amostra.

^{vi} O valor de uma opção pode ser dividido em valor intrínseco e valor extrínseco, ou seu valor no tempo. O valor intrínseco é a diferença do preço à vista do ativo-objeto e o preço de exercício da opção de compra. O valor extrínseco reflete o custo de oportunidade e as expectativas do mercado.

^{vii} A estatística Durbin-Watson (DW) mensura a correlação serial dos resíduos. Um resultado próximo de dois indica que não há correlação serial de primeira ordem.