BBR
BRAZILIAN BUSINESS REVIEW
Vol. 2, No. 1
Vitória-ES, Brasil – Jan / Jun 2005 *DOI: http://dx.doi.org/10.15728/bbr.2005.2.1.5*
pp. 71-89

O Foco é a Teoria Amostral nos Campos da Auditoria Contábil Tradicional e da Auditoria Digital: testando a Lei de Newcomb-Benford para o primeiro dígito nas contas públicas.

Josenildo Dos Santos

Universidade de São Paulo

Josedilton Alves Diniz

Universidade Federal da Paraíba / TCE-PB

Luiz J. Corrar

Universidade de São Paulo

RESUMO: A apresentação e demonstração da Lei de Newcomb-Benford (1881,1938), como uma metodologia poderosa no planejamento do trabalho de campo de Auditoria, foram enfatizadas por Hill (1998), Pinkham (1961) e Raimi (1985), mas sua integração com testes de Hipóteses os mostrou-se mais eficaz para tal fim. Para tanto, este artigo tem como finalidade apresentar uma proposta de um modelo contabilométrico para o campo da Contabilidade Financeira e da Auditoria Digital, diferente do método tradicional utilizado no Brasil. Inicialmente, foi evidenciado o modelo contabilométrico fundamentado na relação entre a Lei de Newcomb-Benford e Teste de Hipóteses (Z-Teste e Qui-quadrado), introduzido por Nigrini (2000). Depois, foi desenvolvido uma aplicação prática utilizando-se de um estudo de caso para vinte municípios do Estado da Paraíba para verificar a eficácia do modelo apresentado neste trabalho considerando uma população de aproximadamente 104 mil notas de empenho. O procedimento metodológico utilizado durante o desenvolvimento dessa pesquisa foi o método dedutivo, e fundamentando-se numa aplicação prática a partir de notas de empenhos dos municípios paraibanos acima mencionados, abstraindo o 1º dígito e aplicando a Lei de Newcomb-Benford e medindo o nível de significância por meio de Testes de Hipótese. Constatou-se, então, que o modelo adotado foi capaz de delinear o DNA-equivalente do comportamento das despesas públicas dos municípios sob análise e verificou-se que o método contabilométrico, aqui desenvolvido, é eficaz, concluindo-se que há forte indício de superfaturamento e fracionamento de despesas para burlar o limite que é estabelecido pela Lei Federal nº 8666/93 que disciplina as aquisições mediante licitações.

Palavras-chaves: teoria amostral, auditoria.

Recebido em 17/06/2005; revisado em 17/06/2005; aceito em 22/06/2005.

I. INTRODUÇÃO

A velocidade com que as transformações vêm ocorrendo, notadamente na gestão financeira-contábil contemporânea das entidades, requer cada vez mais que o profissional da contabilidade busque a integração dos conhecimentos técnico-científicos com outras ciências. De acordo com Horngren (1985, p. 350), "como os ramos de conhecimento se sobrepõem uns aos outros, sempre constitui um excesso de simplificação em especificar-se onde começa e onde termina o campo da contabilidade".

Constata-se, ainda, que as mudanças sócio-político-econômicas, explosão do conhecimento e da informação, declínio do poder do Estado, globalização das economias nacionais, tudo vem provocando um profundo impacto no que se faz, inclusive no campo da contabilidade. Daí, a necessidade de recorrer às inovações das ciências e das tecnologias, colocando-as a serviço do processamento das informações utilizadas pelo Contador e, materializadas nos diversos demonstrativos e relatórios gerados pela contabilidade , principalmente, no contexto da gestão contábil.

No contexto de transformações, de incertezas, de crises e escândalos, que vem passando a economia mundial, a contabilometria desponta como uma metodologia científica indispensável para conquista de espaço privilegiado no processo decisório das entidades, como também na busca de identificar a fidelidade das demonstrações financeiras em todo um arcabouço auditatorial.

A gestão moderna das empresas e entidades, nos dias atuais, exige o emprego em escalas mais acentuadas das Ciências Matemáticas, notadamente na busca de novas metodologias científicas mais avançadas para solução de problemas gestacionais emergentes.

Fundamentalmente o profissional da contabilidade, nesse ínterim, aquele que se dedica à área de auditoria, cotidianamente depara-se com situações em que, por forças circunstanciais, deverá adotar procedimento de auditoria para avaliar algumas características dos itens patrimoniais. Dependendo da quantidade de itens a serem analisados, associados ao custo-benefício, o auditor terá que fazer uso dos atributos da definição de amostragem para obter informações representativas acerca da população objeto de avaliação, Boynton, Johnson e Kell (2004).

É de relevo destacar que, para delimitação de uma amostragem, o auditor deve fazer uso dos conhecimentos das Ciências Matemáticas (Estatística,Informática e Matemática integradas), de forma que os riscos de controle e os riscos de testes de detalhamento, conjuntamente com as incertezas, sejam tecnicamente controlados.

Este artigo propõe a utilização de uma metodologia capaz de fazer um vínculo entre os modelos matemáticos e a aplicação da Lei de Newcomb-Benford (1881,1938) para testar a integridade de series de dados advindos de fenômenos contábeis nos campos da contabilidade pública e da auditoria pública contábil brasileira, no que tange aos valores das notas de empenho de municípios paraibanos, como forma de auxiliar os auditores públicos a equacionarem melhor as despesas públicas a serem auditadas.Desenvolve-se,neste trabalho, com base na Lei Newcomb-Benford (NB-Lei) um modelo contabilométrico capaz de determinar "DNA–equivalente" das despesas públicas, ou seja, a forma como deverá se comportar a análise quantitativa de séries de notas de empenhos, com vista a identificar o comportamento pelo qual o primeiro dígito do valor da nota de empenho deve se moldar.

O desenvolvimento e a disseminação de uma proposta metodológica dessa natureza tem sido pouco divulgado e utilizado no campo da auditoria contábil e da auditoria publica digital no Brasil. De fato, uma anomalia das probabilidades, consoante dispõe a NB-Lei, será usada como uma distribuição-padrão de medidas para detectar desvios de padrões (erros ou fraudes).

A NB-Lei declara que a distribuição das freqüências dos dígitos de uma série aleatória de números (de bom tamanho) comporta-se como uma lei da natureza. Isto é, o fenômeno das freqüências dos dígitos é um fenômeno natural, ou seja, qualquer fenômeno contábil alterado pelo homem não estará em consonância com a NB-Lei.

Assim, sabendo-se o comportamento que deve ter as despesas públicas, dentro do modelo da NB-Lei, às incertezas inerentes a uma auditoria são sensivelmente reduzidas, já que em se conhecendo o grupo de despesas que não se amoldam ao modelo aqui proposto, a definição das amostragens será mais direcionada e podendo ser conjugadas as técnicas tradicionais de amostragem em auditoria.

II. JUSTIFICATIVA DA PESQUISA

A relevância dessa pesquisa vai de encontro à sistematização dos direcionadores dos trabalhos da Auditoria, quando a aplicação da Lei Newcomb-Benford faz-se presente e quando um dos objetivos – da Auditoria - é detecção de evasão fiscal (indícios de fraudes), usando como ferramenta a contabilometria. Vale não olvidar que a realização de uma Auditoria não se reporta apenas à detecção de fraudes contábeis ou manipulação de contas. Ela também funciona como mecanismo de controle de processos internos e externos da empresa, servindo de instrumento de diagnóstico e correção.

Com o aprimoramento da eficiência da Lei Newcomb-Benford, em sua aplicação na Auditoria, mediante a utilização de Testes de Hipótese, várias são as vantagens que o Auditor pode desfrutar, das quais pode-se citar:

- dissolução de viés em suas conclusões sobre a verossimilhança de contas auditadas;
- otimização de tempo, pois uma discrepância detectada pela comparação das distribuições observadas (p_o) e esperada (p_e), segundo a Lei de Newcomb-Benford, não sugere firmemente a existência de evasão e fraude contábil. O erro pode ser aleatório ou decorrente do tipo de amostragem utilizada;
- o Auditor consegue imprimir maior cientificidade em seus trabalhos, assim emitir seu parecer com mais consistência.

III. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta investigação, desenvolveu uma proposta metodológica diferente daquela tradicionalmente utilizada na contabilidade brasileira. Para tanto, este trabalho apresenta e demonstra a Lei de Newcomb-Benford como um método poderoso para auxiliar o contador e o auditor no planejamento dos seus trabalhos. Além disso, será usado como pedra angular um modelo contabilométrico, introduzido por Nigrini (2000), que é fundamentado na relação entre a Lei de Newcomb-Benford e Testes de Hipótese (Z-teste e Qui-quadrado-teste) no contexto da análise de dados, dando, assim, consistência na aceitação do modelo

contabilométrico aquí reconstruído , simplificado e adaptado às condições da contabilidade pública brasileira.

Uma aplicação de natureza prática, no contexto da contabilidade positiva, foi realizado de forma a comprovar as premissas de que o comportamento das despesas públicas segue a estrutura conceitual apresentada pela NB-Lei.

Este artigo tem como eixos basilares:

a) o estudo da Lei de Newcomb-Benford (1881,1938);

b) o desenvolvimento de um modelo contabilométrico similar ao criado por Nigrini (2000) que se fundamenta na relação entre a Lei de Newcomb-Benford e Testes de Hipótese (Z-Teste e χ^2-Teste) no contexto da Auditoria Contábil;

c) a aplicação do modelo contabilométrico a 20 municípios distribuídos nas regiões do Litoral e do Sertão do Estado da Paraíba, no que se refere à análise dos valores das notas de empenhos.

Análise das diferenças entre as distribuições de probabilidades observadas (po) e esperadas (pe), segundo a Lei de Newcomb-Benford, estudada a partir de Testes de Hipótese. Mais precisamente, o Z-Teste é utilizado para medir o grau de significância entre as diferenças $p_o - p_e$, de maneira a se definir as seguintes hipóteses:

H_o → Não existe diferença estatisticamente significativa entre as diferenças po-pe nas distribuições de probabilidades observadas (po) e esperadas (pe);

H_1 →Existe diferença estatisticamente significativa entre as diferenças po-pe nas distribuições de probabilidades observadas (po) e esperadas (pe);

Denotando-se o sistema de hipóteses, a partir da simbologia usual, tem-se

H_0: $p_o = p_e$
H_1: $p_o \# p_e$

Para estudar o nível de significância entre as diferenças p_o-p_e utiliza-se o Z – Teste.

$$Z = \frac{|p_o - p_e| - \frac{1}{2n}}{\sqrt{\frac{p_e(1-p_e)}{n}}}$$

Desde que,

n é o número de observações;

$\frac{1}{2n}$ é o termo de correção de continuidade e só é usado quando ele é menor que $|po - pe|$.

O nível de significância é $\alpha = 0,05$ e Z_c crítico é igual a 1,96.

Para estudar se as duas distribuições de probabilidade na sua totalidade estão em conformidade uma com a outra, ou se a distribuição de probabilidade observada (p_o) é "igual" a distribuição esperada (p_e), segundo a Lei de Newcomb-Benford, utiliza-se o χ^2 – Teste da seguinte maneira:

$$\chi^2 = \sum_{d=1}^{9} \frac{(PO - PE)^2}{PE},$$

Onde PO e PE são as proporções observadas e esperadas definidas por:

PO = (p_o) x (n° da população)

PE = (p_e) x (nº da população)

O nível de significância é $\alpha = 0,05$, o grau de liberdade é 8 e o valor crítico do Qui-quadrado é 15,507.

Finalmente, na prática da Auditoria Contábil, o modelo contabilométrico desenvolvido aqui foi utilizado em uma população composta de 20 (vinte) municípios do Estado da Paraíba, que estão localizados nas regiões do litoral e do sertão, totalizando 104.104 observações (valores das notas de empenhos). Essa etapa de natureza prática foi realizada com o propósito de comprovar as premissas fixadas no decorrer do desenvolvimento desse trabalho. O raciocínio dedutivo foi a linha mestra que governou todo o desenvolvimento dessa pesquisa, que foi fundamentada em conhecimento das Ciências Matemáticas, que comprovou a veracidade dos resultados que foram obtidos.

IV. REVISÃO DA LITERATURA

4.1 Métodos Quantitativos Aplicados à Contabilidade

Sabe-se que os valores das despesas públicas, materializadas nas notas de empenhos, podem ser facilmente manipulados pelos gestores públicos, utilizando-se de artifícios nem sempre éticos ou legais para que certas determinações legais sejam atendidas, conforme seus interesses. Por exemplo, deseja-se que uma determinada despesa, sujeita à licitação, seja fracionada, para que com isso não realize o procedimento legal instituído pela lei das licitações.

Sempre haverá contadores e agentes públicos que utilizarão destes procedimentos. Contudo, não podemos deixar de ignorar, ao tempo, que também se busca a implementação de metodologias científicas ou ferramentas eficazes na determinação de indícios de manipulação contábil e conseqüentemente coibição de condutas delituosas.

Tem-se discutido muito, nos dias atuais, sobre uso de Métodos Quantitativos em auxílio às chamadas Ciências Sociais, havendo críticas e rejeições no uso de tais procedimentos, muitas vezes enraizados na ignorância acerca de sua eficácia, ou simplesmente devido à resistência a mudança no modo de como se fazer ou ao aprendizado de

conhecimentos formalmente classificados como pertencentes à outra área do saber humano (nas Ciências Naturais, esse último fator é conhecido também como Inércia). Matz, Curry e Frank afirmam que:

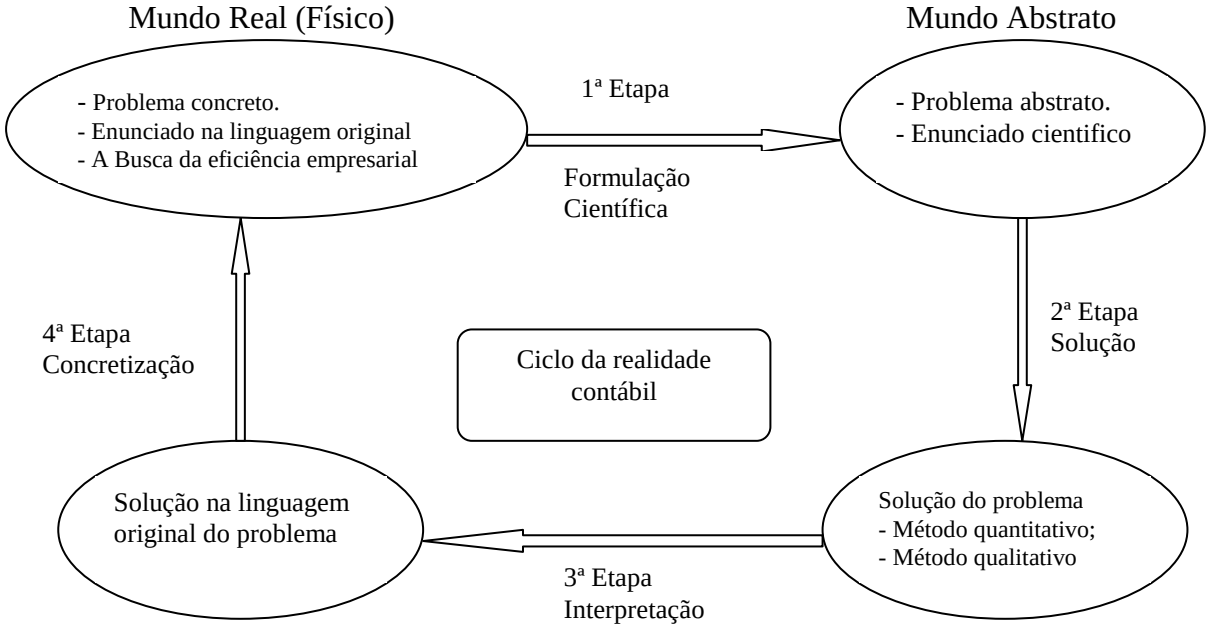
> Os modelos matemáticos estão entrando em uso, por parte dos dirigentes de empresa, como instrumento para descrever e ajudar as operações de controle. Por exemplo, os modelos ou simulações tornam possível testar várias políticas de controle de inventário e prever técnicas baseadas na experiência passada e selecionar o método que mais satisfaça os objetivos da administração.

Neste mesmo diapasão, Ackoff e Sasieni (1996) apresentam a importância de modelos quantitativos para abstrair resultado na analise de dados, senão vejamos:

> Modelos são representações da realidade. Se fossem tão complexos e difíceis de controlar como a realidade, não haveria nenhuma vantagem em utilizá-los. Felizmente, podemos em geral construir modelos que são muito mais simples que a realidade e ainda assim conseguirmos empregá-los para prever e explicar fenômenos com alto grau de precisão. A razão disso é que, embora seja necessário um grande número de variáveis para prever um fenômeno com exatidão perfeito, um pequeno número de variáveis explica geralmente a maior parte dele. O truque, evidentemente, é achar as variáveis certas e a relação entre elas.

Pode-se então inferir que uma característica norteadora da investigação cientifica da previsão, ou seja, a definição dos modelos a se adotar, apresenta um caráter cíclico e interativo, como se observa abaixo por meios dos seguintes diagramas:

DIAGRAMA 1
Relação entre o mundo físico e o mundo científico.



Fonte: Santos, Diniz e Ribeiro Filho (2003)

Desta forma, os métodos qualitativos aplicam-se aos modelos de previsão especialmente importantes quando os dados históricos não se encontram disponíveis. De fato, estes métodos são vistos como altamente subjetivos e passivos de avaliação. Por outro lado, os métodos de previsão quantitativos fazem uso de dados históricos, de forma que se minimiza bastante a subjetividade do modelo.

4.2 Amostragem em Auditoria

A amostragem de auditoria, conforme define o AICPA SAS (AU 350), *Audit Sampling*, consiste num procedimento aplicado a menos de 100% dos itens que compõem um saldo de conta ou classe de transações, com a finalidade de avaliar algumas características do saldo ou classe. De fato, na maioria das vezes, não é necessário analisar toda população, fazendo-se necessário tão somente uma parcela dela para atender ao convencimento do auditor.

Desta forma, a amostragem é aplicado tanto a teste de controle como testes substantivos. Contudo, a amostragem não é igualmente aplicada a todos os procedimentos de auditoria que podem ser utilizados na execução desses testes Boynton, Johnson e Kell (2004).

Na auditoria pública brasileira, a amostragem é amplamente utilizada em confirmação e rastreamento, mas quando se utiliza a técnica de indagação, teste de observação e procedimento de revisão analítica tem seu uso bastante reduzido.

No processo de auditoria, pode-se utilizar amostragem para obter informações sobre muitas características diferentes de uma população. Contudo, a maioria das amostras leva a uma estimativa de uma taxa de desvio em uma população ou de um valor monetário de uma população (valor monetário de erros em uma população). Todavia, a NB-Lei, em todo sua extensão conceitual, dispõe de mecanismo capazes de atenuar tais desvios, visto que ela delineia o comportamento monetário da população e das amostras.

Sendo assim, o uso de amostras continua sendo o caminho mais lógico: quando se quer comprovar a existência física dos dados e a sua apreciação em um tempo considerado razoável. Todavia, com a utilização de amostras (ainda que estas sejam significativas) nos trabalhos de auditoria, não se pode descartar a possibilidade de ocorrência de erros, que podem conduzir o Auditor a conclusões não condizentes com a realidade. Isso porque os itens de uma população variam.

Assim, na estimação da probabilidade de ocorrência de um determinado evento correspondente a um dado item da população sob a experiência (partindo da amostra), devem ser levadas em consideração essas variações e faz-se necessário que o possível erro cometido seja estimado.

Estes erros podem ocorrer ou ser considerados como função do tipo de amostra escolhida pelo Auditor (que pode ser probabilística ou não) ou podem estar relacionados tanto à aleatoriedade, como à não representatividade do tamanho da mesma, ou seja, o tamanho da amostra pode não ser o suficiente para garantir conclusões fidedignas sobre a população (que é o todo sobre o qual se pretende inferir), o que, mais uma vez, deve chamar a atenção do Auditor.

Nesta ótica, Santos, Diniz e Ribeiro Filho (2003) afirmam que uma forma racional do Auditor se orientar é utilizar a Contabilometria como metodologia científica, para minimizar os erros. Para vencer tais desvios, foram utilizados, nessa pesquisa, Testes de Hipótese que permitiram analisar o grau de significância das divergências que poderão ocorrer entre as

distribuições de probabilidade esperada (pe), com base na Lei de Newcomb-Benford, e as observadas (p_o) do fenômeno contábil que está sob auditoria, visando a verificação de desvios padrões nos valores das notas de empenho de toda a população, correspondendo às entidades acima mencionadas, esta é uma das grandes vantagens deste modelo, instituindo uma inovação nas técnicas de auditorias.

Em outros termos, a análise das entidades fundamenta-se nos seguintes pilares: comparação entre as distribuições observadas e a esperada, segundo a Lei de Newcomb-Benford; e verificação da significância das diferenças entre as probabilidades observadas (real), p_o, e as probabilidades esperadas, p_e, segundo a Lei de Newcomb-Benford.

4.3 Interpretação Intuitiva da Lei de Newcomb-Benford

A Lei de Newcomb-Benford é uma anomalia das probabilidades, acarretando que os dígitos 1,2 e 3 são mais comuns que os dígitos 4, 5, 6 ...9 como primeiro dígito de uma distribuição de números de bom tamanho. Isto é, a chance de um número ter sido tirado ao acaso e o primeiro dígito significativo ser 1, 2 e 3 é aproximadamente 60,2%. Este fenômeno foi descoberto empiricamente pelo astrônomo e matemático Simon Newcomb (1881), quando, ao acaso, observou que as primeiras páginas das tábuas de logaritmos, nas bibliotecas, eram mais usadas, pois encontravam-nas mais manuseadas (mais sujas e estragadas que as outras). As pessoas iam muito mais a busca dos valores dos logaritmos que começam por 1 do que aqueles que começam com dígito 9. Este fato foi, também, constatado pelo físico Frank Benford (1938), depois de 57 anos, independentemente de Newcomb, porém, o trabalho de Benford foi mais aprofundado, tendo, portanto, estudado um conjunto de dados de 20.229 observações advindo de diversas fontes: áreas de rios, números de casas de uma rua, número de artigos de uma revista e outros. Diferentemente de Newcomb, seu trabalho foi amplamente divulgado e aplicado por outros pesquisadores. Em síntese, este artigo não só apresenta a Lei de Newcomb-Benford como descreve sua aplicação no contexto da Auditoria Contábil, Newcomb (1881), Benford (1938), Hill (1998), Nigrini (2000), Pinkham (1961) e Raimi (1985).

4.4 Analisando o Fenômeno do Primeiro Dígito Dedutivamente

O objeto desse trabalho impõe a clarificar certas questões, por exemplo: Não será que qualquer um dos nove dígitos, 1, 2, 3, ..., 9, tem a mesma probabilidade de ocorrência como primeiro dígito significativo de um número? O senso comum diz que sim, mas os fenômenos reais mostram que não. Portanto, por que motivo deverá um número escolhido ao acaso ter uma maior probabilidade para começar com os primeiros dígitos: 1, 2 e 3? Neste contexto, só as Ciências Matemáticas poderão, realmente, dirimir de uma vez por todas estas dúvidas. Para tanto, será dada uma justificativa matemática para a Lei de Newcomb-Benford sem os rigores da Teoria das Probabilidades, pois isto não cabe no contexto da Contabilometria.

Pesquisas no campo da Teoria das Probabilidades Hill (1992,1998), Pinkham (1961) e Raimi (1969, 1985) mostram que a Lei de Newcomb-Benford aplica-se ao conjunto de dados que tem as seguintes propriedades: (a) é escalar invariante; (b) advém de uma escolha a partir de uma variedade de diferentes fontes. Este resultado é obtido de uma análise mais rigorosa da Teoria do Limite Central na forma de teoremas para a mantissa de variáveis randômicas sobre o efeito da multiplicação. Neste sentido, quando o número de variáveis cresce, a função densidade tende a distribuição logarítmica. Hill (1996) demonstrou rigorosamente que a

"distribuição da distribuição" obtida a partir de amostras aleatórias advindas a partir de uma variedade de diferentes distribuições é a distribuição de Newcomb-Benford.

4.5 Demonstração da Lei de Newcomb-Benford

Suponha-se que existe uma distribuição de probabilidade universal p(x) no conjunto de números acima caracterizado, então, p é escalar-invariante (Pinkham, 1961) isto é:
(1) p (kx) = λ(k)p(x), para uma função real de variável real λ.

Como se pode supor que : (hipótese de normalização)

$$\int p(x)dx=1$$

donde, $$\frac{1}{k}\int p(u)du = \lambda(k)\int p(x)dx$$

Segue-se fazendo uma mudança de variável u = kx na primeira integral que:

$$\int p(kx)dx = \int \lambda(k)\, p(x)dx$$

Isto acarreta que: $$\lambda(k) = \frac{1}{k}$$

Derivando a equação (1) na variável k, tem-se:

$$p'(kx).x = \lambda'(k).p(x)$$

e para k = 1, resulta a equação diferencial:

(2) $$xp'(x) = -p(x)$$

Resolvendo (2), vem:

$$\int_1^x \frac{p'(t)dt}{p(t)} = \int_1^x \frac{1}{t}dt$$

Ln p(x) = - Ln x

Portanto, p(x) = $\frac{1}{x}$ é solução de (2).

Note que a distribuição p(x) = 1/x não representa uma distribuição de probabilidade própria, mas como os fenômenos reais impõem um ponto de corte na distribuição pode-se,

assim, ser considerada esta distribuição para efeito dos cálculos das probabilidades para a ocorrência do primeiro dígito. Então:

$$P \text{ (primeiro dígito significativo = d)} = \frac{\int_{d}^{d+1} p(x)dx}{\int_{1}^{10} p(x)dx} = \frac{\ln(d+1)-\ln(d)}{\ln(10)-\ln(1)}$$

$$= \frac{\ln\left(\frac{d+1}{d}\right)}{\ln(10)} = \log 10\left(1+\frac{1}{d}\right)$$

Portanto, em particular, fica demonstrado que as probabilidades de 1, 2 e 3 serem os primeiros dígitos de um número são: $\log_{10} 2 = 0{,}30103$, $\log_{10} 1{,}5 = 0{,}176091$ e $\log_{10} 4/3 = 0{,}124939$, respectivamente. Isto responde as perguntas acima mencionadas. Além disso, está deduzida a Lei de Newcomb-Benford de maneira simplificada.

4.6 Um Esquema Geométrico para a Lei de Newcomb-Benford

Embora haja muitas "explanações longas e eruditas" da Lei de Newcomb-Benford na literatura, principalmente nos U.S.A, ela pode ser explicada de maneira simples pelo seguinte esquema geométrico:

1_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _2_ _ _ _ _ _ _ _ _ 3_ _ _ _ _ _ _4_ _ _ _ _5_ _ _6_ _ _7_ _8_ _9

De fato, uma distribuição de ocorrências em consonância com a lei de Newcomb-Benford tem como premissa subjacente que a população estará distribuída razoavelmente uniforme em uma escala logarítmica. Conseqüentemente,

$$\Pr \text{ (primeiro dígito significativo = d)} = \frac{\log_{10}(d+1) - \log_{10} d}{\log_{10} 10 - \log_{10} 1}$$

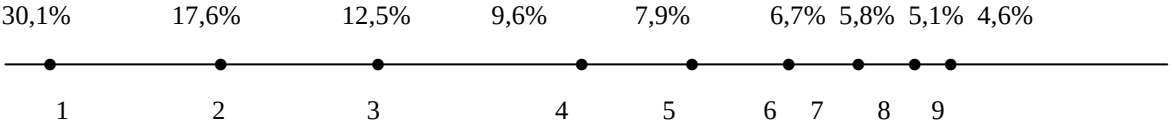
$$= \log_{10}(1+1/d)$$

Assim:

Pr (primeiro dígito significativo = 1) = $\log_{10}(1+1) = \log_{10} 2$

Pr (primeiro dígito significativo = 2) = $\log_{10}(1+1/2) = \log_{10} 3/2 = \log_{10} 1{,}5$

Então, isto comprova o trabalho de Newcomb, em 1881, quando os valores dos logaritmos, que iniciam com os dígitos de 1 a 9, são plotados numa escala logarítmica da seguinte maneira:



Isto significa, por exemplo, que todos os números que começam pelo dígito 1 ocupam 30,1% do total do tamanho desta escala. Em particular, os números como 1,8005, 1,534 e 1,21 estão nesta região.

V .ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA:

Neste trabalho, foi utilizada uma população composta de 20 (vinte) municípios do Estado da Paraíba, que estão localizados nas Regiões do Litoral e do Sertão, totalizando 104.104 observações (valores das notas de empenhos).

A partir da escolha destas cidades, considerou-se os valores das notas de empenho, abstraindo-se o primeiro dígito[1] do valor da despesa correspondente àquele empenho, agrupando-os a um mesmo nível de dígitos. Este procedimento foi realizado com o objetivo de determinar o tratamento dos dados consoante aplicação do modelo contabilométrico, aqui construído com base na Lei de Newcomb-Benford.

Seguem-se os resultados obtidos da aplicação do modelo contabilométrico aqui proposto nos municípios do Estado da Paraíba, que foram objetos desta pesquisa sobre a possibilidade de superfaturamentos nestas notas de empenhos.

Caso 1: Analisando as notas de empenho da Região Litorânea- ano- 2002.

TABELA 1
Aplicação da Lei de Newcomb-Benford nos municípios da Região Litorânea- Z –TESTE, Z crítico é igual a 1,96

Munic / Dígitos	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10
1	0,015	1,123	2,275	3,357	3,514	0,127	1,699	4,012	1,943	2,525
2	3,214	2,868	3,507	2,479	0,15	2,232	0,357	0,589	2,864	3,874
3	5,453	3,194	2,271	0,875	5,069	0,775	5,814	3,005	3,289	3,821
4	3,402	1,563	3,525	3,794	1,068	0,197	4,082	1,018	3,384	0,391
5	6,149	4,243	1,052	5,487	0,212	1,928	1,034	0,261	5,151	9,78
6	1,131	3,109	0,034	4,491	1,265	0,03	2,259	1,205	2,768	5,9
7	3,998	3,999	2,713	2,511	1,63	1,096	2,11	0,301	2,535	9,025
8	2,931	1,387	1,555	1,856	0,035	0,263	0,293	0,67	1,335	2,381
9	13,447	1,707	0,041	1,949	1,509	1,853	0,99	0,336	18,043	9,061

[1] Por exemplo: o valor de R$ 563,26 foi separado o dígito “5”. E assim por diante

TABELA 2

Aplicação da Lei de Newcomb-Benford nos valores das notas de empenho dos municípios da Região Litorânea Ano 2002 . χ^2 - TESTE, χ^2 crítico é igual a 15,507.

Munic / Dígitos	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10
1	0,00	0,97	3,851	7,924	8,897	0,00	2,003	11,395	2,648	4,258
2	8,35	7,03	10,112	5,041	0,017	4,3	0,071	0,268	6,671	12,027
3	26,74	8,477	4,77	0,587	23,28	0,46	30,478	8,378	9,936	13,609
4	10,07	2,148	10,96	13,791	0,886	0,04	14,746	0,81	9,427	0,112
5	35,82	16,334	0,975	28,888	0,019	3,1	1,258	0,167	23,838	90,831
6	1,06	9,85	0,003	19,192	1,701	0,01	4,498	1,604	6,827	31,378
7	14,37	16,051	6,569	5,826	2,44	1,11	4,439	0,058	5,977	75,935
8	8,12	1,679	2,259	3,4	0,019	0,11	0,047	0,33	2,163	6,301
9	177,36	3,29	0,005	4,168	2,076	2,9	1,085	0,047	317,578	76,303
Total χ^2	281,89	65,829	39,504	88,817	39,335	12,03*	58,625	23,057	385,065	310,754

Analisando os dados da Tabela – 1 e 2, verifica-se que o Z-TESTE mostra as diferenças para cada extrato de despesas empenhadas, definido a partir do primeiro dígito abstraído para estudo. Desta forma, é possível identificar os municípios que em seu conjunto de despesas apresentam diferenças significativas definidas nos termos da Lei-NB e no modelo contabilométrico definido em Santos et all(2003)

TABELA 3

Dígito	Municípios
1	L3, L4, L5, L8 e L10
2	L1, L2, L3, L4, L6, L9 e L10
3	L1, L2, L3, L5, L7, L8, L9 e L10
4	L1, L3, L4, L7 e L9
5	L1, L2, L4, L9 e L10
6	L2, L4, L7, L9 e L10
7	L1, L2, L3, L4, L7, L9 e L10
8	L1 e L10
9	L1, L9 e L10

De um modo geral, nestes casos, existem evidências suficientes para rejeitar a hipótese nula. Além disso, constata-se que os dígitos, que a maior parte dos municípios tem problemas, são 2, 3 e 7. Porém, para o dígito 9, os municípios L1 e L9, a medida estatística do nível de significância Z-TESTE assume valores exagerados, confirmando uma forte tendência de superfaturamento nas notas de empenho destes municípios.

Por outro lado, o χ^2 - TESTE mostra que existe suficiente evidência para rejeitar a hipótese de que a distribuição dos valores das notas de empenho observada não é compatível com a distribuição segundo, a Lei de Newcomb-Benford, para os municípios em tela, exceto para o município L6 que tem χ^2 = 12,03. Esta exceção foi devido a uma intervenção severa do Tribunal de Contas do Estado Paraíba nas contas do município L6.
Com a análise acima descrita, é possível realizar um planejamento inserindo uma técnica com validação científica. Por quanto se um auditor tivesse que definir uma amostra, por exemplo no município L7, de acordo com o modelo aqui proposto teria fundamentos para majorar o tamanho da amostra para os empenhos que iniciam com os dígitos "3", "4", "6" e "7". Se por outro foco, o auditor entender que é possível trabalhar com um nível de significância é α = 0,01 e Z_c crítico é igual a 2,58 apenas os dígitos "3" e "4" mereceriam uma atenção diferenciada, desenvolvendo assim, maior concentração de teste de auditoria para estes extratos de dispêndios.

Caso 2: Analisando as notas de empenho da Região Sertaneja do Estado da Paraíba-Ano-2002.

TABELA 4
Aplicação da Lei de Newcomb-Benford nos municípios da Região Sertaneja. Z-TESTE, Z crítico é igual a 1,96.

Munic / Dígitos	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
1	3,131	3,098	2,268	4,223	5,88	0,5	0,947	2,364	1,54	0,178
2	5,037	3,213	2,246	1,627	1,615	4,591	5,071	3,016	2,707	3,433
3	2,886	1,76	2,213	0,355	5,794	2,46	2,822	3,278	5,67	1,042
4	1,959	3,634	1,64	4,001	0,847	2,749	8,96	2,578	1,948	5,305
5	1,752	0,511	0,884	4,855*	1,894	1,717	0,583	7,115*	1,416	1,926
6	1,248	1,736	0,708	1,223	0,378	0,917	3,733*	0,74	1,787	1,728
7	2,251	0,801	1,548	3,187	5,303	2,981	1,147	0,516	4,133	5,968
8	0,931	0,403	1,645	1,675	0,044	7,947	1,723	0,257	4,392	0,372
9	2,767	2,072	1,139	4,754	1,196	15,596	3,132	1,496	3,992	2,062

TABELA 5
Aplicação da Lei de Newcomb-Benford nos valores das notas de empenho dosMunicípios da Região Sertaneja- Ano 2002 - χ^2 TESTE. χ^2 crítico é igual a 15,507.

Munic / Dígitos	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
1	6,87	6,89	3,657	12,412	24,178*	0,19	0,621	4,166	1,689	0,027
2	20,78	8,843	3,989	2,114	2,044	16,39	21,109	7,71	6,388	10,347
3	7,37	2,883	4,189	0,165	30,349	5,77	6,804	9,705	27,846	1,207
4	3,71	11,98	2,422	14,652	0,722	7,87	74,399	6,556	3,505	24,664
5	2,87	0,229	0,612	21,129	3,409	3,05	0,351	46,449	1,732	3,878
6	1,52	3,202	0,684	1,473	0,112	1,16	13,699	0,483	3,274	2,885
7	5,31	0,821	2,31	10,214	27,621	7,24	1,302	0,316	16,478	34,306
8	0,71	0,141	2,485	3,048	0,00	62,66	3,167	0,056	17,902	0,088
9	6,88	4,325	1,475	22,662	1,277	239,96	9,351	2,279	14,428	4,436
Totalχ^2	56,01	39,314	21,823*	87,869	89,712	339,27*	130,803	77,72	93,2421	81,838

Procedendo a mesma análise já realizada nas tabelas anteriores é possível identificar medida estatística do Z-TESTE mostrando as diferenças P_o - P_e correspondentes ao 1º dígito das despesas públicas realizada no exercício de 2002 e que do ponto de vista contabilométrico apresentam diferenças significativas diferentes, a saber:

TABELA 6

Dígito	Municípios
1	S1, S2, S3, S4,S5, S7 e S8
2	S1, S2, S3, S6, S7, S8, S9 e S10
3	S1, S3, S5, S6 S7, S8 e S9
4	S_2, S_4, S_6, S_7, S_8 e S_{10}
5	S_4 e S_8
6	S_7
7	S_1, S_4, S_5, S_6, S_9 e S_{10}
8	S_6 e S_9
9	S1, S2, S4, S6, S7, S9, S10

De um modo geral o Z-TESTE mostra que existe suficiente evidência para rejeitar a hipótese nula: P_o - P_e.

A medida estatística χ^2- Teste mostra que existe suficiente evidência para rejeitar a hipótese de que a distribuição dos valores de notas de empenho observada não é compatível com a distribuição, segundo a lei de Newcomb-Benford, para todos os municípios da região sertaneja do estado da Paraíba estudada neste trabalho.

Vale salientar que o município que tem menor valor do χ^2- Teste é o S_3 com χ^2 = 21,823 e o município de maior valor do χ^2- Teste é S_6 com χ^2 = 339,27. Para uma análise mais aprofundada dos testes Z e χ^2, leva-se a suspeitar que existe forte evidência que o município S6 tem superfaturado as suas notas de empenho, enquanto o município S3 tem fragmentado as notas de empenho para não atingir o limite da licitação exigida por lei, fato este que o auditor deve implementar maior número de teste para evidenciar a "quebra" da lei natural e Newcomb-Benford .

Caso 3: Analisando as notas de empenhos dos 20 municípios do estado da Paraíba por Região e na sua totalidade

TABELA 7
Região Litorânea

Dígito	Quant. Observada	Lei de Newcomb-Benford	Proporção Observada	Desvio	Valor de Z	Contagem Esperada	χ^2
1	16.554	0,301	0,298	-0,003	1,538	16.743	2,143
2	9.602	0,176	0,173	-0,003	1,852	9.790	3,617
3	6.747	0,125	0,121	-0,004	2,846	6.953	6,118
4	5.046	0,097	0,091	-0,006	4,774	5.396	22,667
5	4.767	0,079	0,086	0,007	6,113	4.394	31,583
6	3.912	0,067	0,07	0,003	2,821	3.727	9,189
7	3.271	0,058	0,059	0,001	1	3.226	0,619
8	2.840	0,051	0,051	0	-0,01	2.837	0,003
9	2.887	0,046	0,052	0,006	6,745	2.559	42,097
Total	55.626	1	1	-	***	***	118,036

TABELA 8
Região Sertaneja

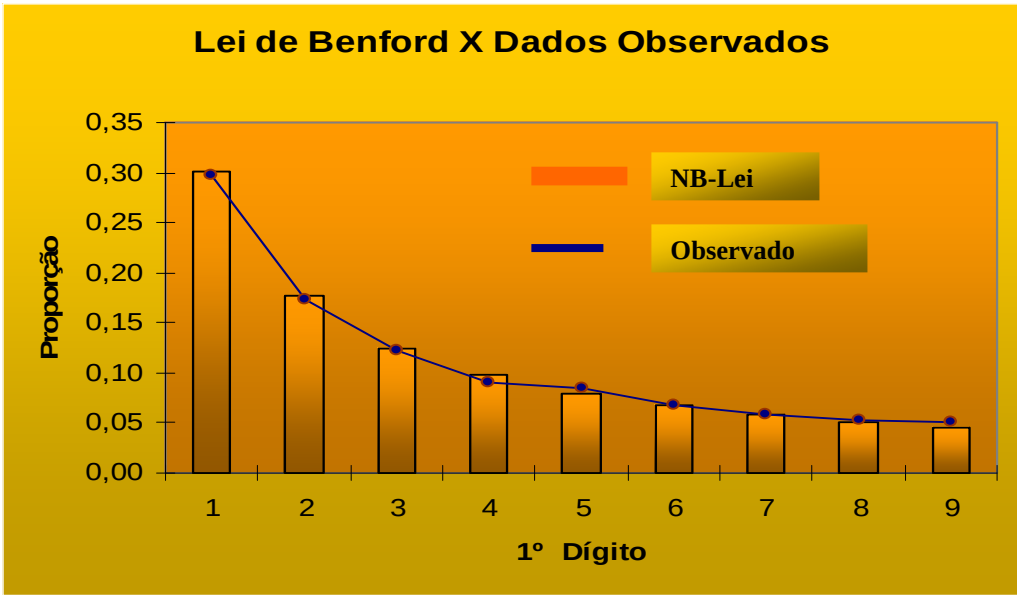
Dígito	Quant. Observada	Lei de Newcomb-Benford	Proporção Observada	Desvio	Valor de Z	Contagem Esperada	χ^2
1	14.417	0,301	0,297	-0,004	1,915	14.592	2,096
2	8.513	0,176	0,176	0	-0,006	8.532	0,043
3	6.109	0,125	0,126	0,001	0,659	6.060	0,4
4	4.321	0,097	0,089	-0,008	5,944	4.702	30,929
5	3.980	0,079	0,082	0,003	2,44	3.830	5,894
6	3.206	0,067	0,066	-0,001	0,872	3.248	0,544
7	2.825	0,058	0,058	0	-0,01	2.812	0,063
8	2.695	0,051	0,056	0,005	4,994	2.472	20,046
9	2.412	0,046	0,05	0,004	4,193	2.230	14,856
Total	48.478	1	1	0	***	***	74,871

TABELA 7
Resumo dos municípios analisados do litoral e sertão

Dígito	Quant. Observada	Lei de Newcomb-Benford	Proporção Observada	Desvio	Valor de Z	Contagem Esperada	χ^2
1	30.971	0,301	0,298	-0,003	2,107	31.335	4,235
2	18.115	0,176	0,174	-0,002	1,69	18.322	2,345
3	12.856	0,125	0,123	-0,002	1,947	13.013	1,894
4	9.367	0,097	0,09	-0,007	7,626	10.098	52,93
5	8.747	0,079	0,084	0,005	5,975	8.224	33,232
6	7.118	0,067	0,068	0,001	1,284	6.975	2,933
7	6.096	0,058	0,059	0,001	1,374	6.038	0,557
8	5.535	0,051	0,053	0,002	2,926	5.309	9,594
9	5.299	0,046	0,051	0,005	7,694	4.789	54,36
Total	104.104	1	1	0		104.104	162,08

VI. UMA VISÃO GERAL DOS RESULTADOS OBTIDOS

De uma forma geral, fica aqui demonstrado que a Lei de Newcomb-Benford também é aplicável às despesas públicas consubstanciadas nas notas de empenhos. Observa-se que na aglutinação de todos os municípios, como se verifica no quadro 03 acima, que está evidenciado que existem problemas nos dígitos: (4), (5), (8) e (9), uma vez que os valores observados no teste da normalidade estão acima de Z=1,96 (nível de significância adotado foi 5%).
O gráfico abaixo visualiza melhor a situação em comento:



A análise quantitativa pelo modelo contabilométrico aqui desenvolvido revela apenas que tais dígitos não estão de conformidade com o citado modelo, destarte os empenhos que começam com os dígitos (4), (5), (8) e (9) têm fortes indícios de terem sido manufaturados ou fraudados.

Abaixo algumas considerações:

- O dígito (9) revela que há uma tendência de superfaturamento nas despesas realizadas pelos gestores dos municípios em análise;

- O dígito (8) desvenda que há uma forte tendência do administrador público fracionar as despesas que se situa acima de R$ 8.000,00, limite este estabelecido pela Lei Federal nº 8.666/93 que disciplina as aquisições mediante licitação.

- Os dígitos (4) e (5) expõem que a soma ou combinações dos mesmos resulta um número igual ou maior do que (8), o que esclarece a hipótese acima mencionada, ou seja, tais dígitos são reflexos do fracionamento de despesas que seriam licitadas, o que é uma prática muito utilizada pelos gestores públicos.

- Outro aspecto digno de nota é que o dígito (8) não se afasta muito da área de aceitação delimitado pelo teste Z, (dígito (8) Z= 2,93), o que não ocorrem com os dígitos (4) e (5), uma vez que eles fracionam as despesas maiores ou iguais a R$ 8.000,00 (dígito (8)), isto é, enquanto o dígito (8) seria utilizado uma vez, o dígito (4), por exemplo, seria utilizado, no mínimo, duas vezes para subdividir as despesas acima de R$ 8.000,00.

Observa-se, ainda que, de acordo com o teste do Qui-Quadrado (χ^2), a Região do Sertão paraibano tem um comportamento, de modo geral, melhor que o da Região Litoral, muito embora tais séries estejam bem acima da área de aceitação definida pelo teste (χ^2 = 15,507). Uma apreciação de ordem prática que se poderia fazer, com as restrições anteriormente feitas quanto ao subjetivismo, é que proporcionalmente as análises feitas pelo Tribunal de Contas do Estado revelam que os municípios da região do litoral têm apresentado mais inconsistências nos relatórios da auditoria do que a região do sertão paraibano.

Do ponto de vista da análise individual dos municípios, ficou constatado que em apenas três municipalidades os valores dos empenhos comportam-se com a Lei de Newcomb-Benford, para um nível de significância de 10%, são eles:

(L6) – o que poderia ser explicado, pelo fato deste município durante todo o exercício financeiro de 2002, estava sob intervenção judicial e foram realizadas diversas inspeções pelo Tribunal de Contas do Estado, inibindo assim qualquer conduta ilegal;
(L8) – este município tem uma administração exemplar, fato este que se pode verificar pela imprenssa da Paraíba, tendo este município adotado o orçamento participativo e um conselho de contas, constituído por vários segmentos da sociedade local, mesmo apresentado alguma variação em relação ao χ^2 .(ver tabela 1)
(S3) - este município foi recém-emancipado (1997) e neste período não se verifica nenhuma rejeição das contas anuais.

VII. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Frente ao exposto, constatou-se que a Lei de Newcomb-Benford é um método poderoso para auxiliar o Auditor detectar erros contábeis, erros de digitação ou fraudes contábeis no contexto de uma Auditoria Contábil Tradicional ou da Auditoria Digital. A Lei de Newcomb-Benford é estudada de forma simples e dedutivamente neste trabalho, no que tange as despesas públicas, quer seja por manipulação de valores monetários, superfaturamento, fracionamento indevido de despesas e outros.
Destaca-se, ainda, que é possível inferir que a NB-Lei é uma ferramenta poderosa no planejamento de amostras, pois os erros na sua definição são sensivelmente minimizados, tendo em vista que se conhecendo o comportamento natural do sistema decimal, aqueles estratos que não se moldarem a NB-Lei são passíveis de uma maior concentração de testes de auditoria como forma de validação dos demonstrativos contábeis.
A contabilometria é uma metodologia científica proposta por este trabalho para Auditoria Contábil, nos casos em que a análise qualitativa não assegura ao Auditor uma tomada de decisão precisa, Nigrini (2000), Hill (1998), Pinkham (1985) e Raimi (1985).
A principal estratégia contabilométrica, usada aqui, é a junção dos métodos quantitativos que são a Lei de Newcom-Benford e os Testes de Hipótese (Z-Teste e χ^2 -Teste) à ajuda do planejamento do trabalho da Auditoria Contábil tradicional e da Auditoria Digital. Este método é usado nos E.U.A por Nigrini (2000) com certa freqüência.
Constatou-se também, que esta é uma metodologia científica capaz de determinar o comportamento padrão das despesas praticadas pelos gestores públicos, pois ela traça o perfil na qual a composição do primeiro dígito deve se comportar.
Um fato que chamou muita atenção dos autores deste trabalho é que a análise feita pela Lei de Newcomb-Benford foi capaz de explicar fatos que se derivam de uma análise qualitativa, pois os municípios que apresentaram problemas, de acordo com o modelo adotado, são aqueles que realmente tem ou tiveram problemas de gestão, de conformidade com dados do Tribunal de

Contas do Estado da Paraíba, ao mesmo tempo em que evidenciou o caso de município, cuja qualidade de gestão poderia ser considerado como modelo.

É de se esperar que este trabalho tenha comprovado a importância e a possibilidade de serem utilizados modelos contabilométricos, capazes de auxiliar os profissionais da contabilidade, no contexto interdisciplinar, que trabalha com Auditoria Contábil e Digital.

REFERÊNCIAS

Ackoff, Russel L; Sasieni, Maurice W. Pesquisa Operacional. Rio de Janeiro. LTC. 1971

Assy Zerbini, Maria Beatriz do Amaral. Três Ensaios sobre Crédito. Tese (Doutorado em Economia) – FEA-USP. 2000.

BENFORD, F. The Law of Anomalous Numbers. Proceeding of the American Philosophical Society, 78, 551-472, 1938.

BOYNTON, William C.; JOHNSON, Raymond N.; KELL, Walter G. Audiotria. São Paulo: Atlas, 2002.

BROWN, G.W. History of RAND'S random digits, Nat.Bur. Stds. App. Math Series, vol.12,31-32, 1951.

FREUND, Jonh E. & SIMOM Gary A. Estatística aplicada, Economia, Administração e Contabilidade. 9 ed. Porto Alegre: Bookman, 2000

SANTOS,Josenildo dos;DINIZ,Josedilton Alves; RIBEIRO FILHO, Jose Francisco. A Lei de Newcomb-Benford: uma aplicação para determinar o DNA-equivalente das despesas no setor público. In: 3º SEMINÁRIO DE USP DE CONTABILIDADE E CONTROLADORIA, 2003, São Paulo. 3º Seminário de USP de Contabilidade e Controladoria 2003.

HILL, T.P: A Statistical Derivation of the Significant-Digit Law. Statistical Science (4), 354-363, 1996.

HILL, T.P: Base-Invariance implies Benford's Law. Proceedings of the American Mathematical Society, 13, 887-895, 1995.

HORNGREN, Charles T. Introdução à Contabilidade Gerencial. 5.ed. Prentice-Hall do Brasil,1985.

JÚNIOR Jorge David. A Utilização de Métodos Quantitativos na Contabilidade Gerencial: Uma Abordagem Empírica. Disponível em: http://www.eac.fea.usp.br/artigos Acesso em: 23 de maio. 2005.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. Fundamentos de metodologia científica, 3 ed. São Paulo: Atlas,1991.

Levine, David M; Berenson, Mark L; Stephan, David. Estatística: Teoria e Aplicações Usando Microsoft® Excel em Português. Ed. LTC. 2000. Tradução: Teresa Cristina Padilha de Souza.

Matz, Adolph; Curry, Othel J; Frank, George W. Contabilidade de Custos. 1ªed, 3ª tiragem (2 volumes). São Paulo: Atlas Atlas. 1976.

Newcomb, S.: Note on the Frequency of Use of the Different Digits in Natural Numbers, AJM, 4, 39-40, 1881.

NIGRINI, M.J.. Digital Analysis Using Benford's Law: Tests ? Statistics for Auditors. Global Audit Publication, Canada, 2000.

NIGRINI, M.J.. Linda, J.M. The Use of Benford's Law as an aid in Analytical Procedures. Auditing: A Journal of Practice and Theory 16, 52-67, 1997.

PINKHAM, R.S. On the Distribution of First Significant Digits. Annals of Mathematical Statistics, 32, 1223-1230,1961.

RAIMI, R. The Peculiar Distribution of First Significant Digits. Scientific American, 221 (6), 109-120 (1969).

SMAILES, Joanne & MCGRANE, Ângela. Estatística aplicada à Administração com Excel. São Paulo: Atlas, 2002.

TSAO, N.R. On the Distributions of Digits and Roundoff Erros. Communications of the Association for Computing Machinery, 17, 269-271 (1974).HORNGREN, Charles T., FOSTER, George , DATAR, Srikant M. *Contabilidade de Custos*; tradução José Luiz Paravato. 9.ed. Rio de Janeiro: LTC, 1997.